

# 数学试题(文科)

(考试时间:120 分钟 满分:150 分)

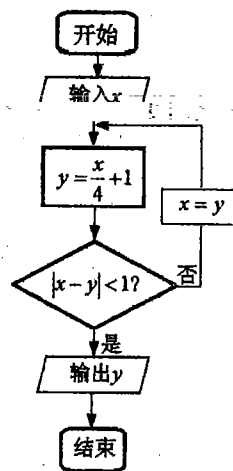
**注意事项:**

1. 答题前,务必在答题卡和答题卷规定的地方填写自己的姓名、准考证号和座位号后两位。
2. 答第 I 卷时,每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。
3. 答第 II 卷时,必须使用 0.5 毫米的黑色墨水签字笔在答题卷上书写,要求字体工整、笔迹清晰。作图题可先用铅笔在答题卷规定的位置画出,确认后再用 0.5 毫米的黑色墨水签字笔描清楚。必须在题号所指示的答题区域作答,超出答题区域书写的答案无效,在试题卷、草稿纸上答题无效。

## 第 I 卷(满分 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 复数  $z = \frac{5}{2-i}$  在复平面上的对应点位于  
(A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限
2. 已知  $R$  是实数集,集合  $A = \{-1, 0, 1\}$ ,  $B = \{x | 2x - 1 \geq 0\}$ , 则  $A \cap (\complement_R B) =$   
(A)  $(-\infty, \frac{1}{2})$  (B)  $[\frac{1}{2}, 1]$   
(C)  $\{1\}$  (D)  $\{-1, 0\}$
3. 执行如图所示的程序框图,若输入  $x = -1$ , 则输出的  $y =$   
(A)  $\frac{1}{4}$  (B)  $\frac{3}{4}$   
(C)  $\frac{7}{16}$  (D)  $\frac{19}{16}$
4. 已知  $S_n$  是等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和,若  $a_1 + a_2 + a_3 = 4$ ,  $S_5 = 10$ , 则  $a_5 =$   
(A) 2 (B)  $\frac{16}{9}$   
(C)  $\frac{20}{9}$  (D)  $\frac{7}{3}$



5. 若向量  $a, b$  的夹角为  $120^\circ$ ,  $|a| = 1$ ,  $|a - 2b| = \sqrt{7}$ , 则  $|b| =$

- (A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{\sqrt{7}}{2}$  (C) 1 (D) 2

6. 若函数  $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{3}) - 1$  ( $\omega > 0$ ) 的最小正周期为  $\frac{2\pi}{3}$ , 则  $f(x)$  图象的一条对称轴为

- (A)  $x = -\frac{\pi}{18}$  (B)  $x = -\frac{5\pi}{2}$  (C)  $x = \frac{7\pi}{18}$  (D)  $x = \frac{\pi}{2}$

7. 已知  $a, b$  为两条不同的直线,  $\alpha, \beta, \gamma$  为三个不同的平面, 则下列说法正确的是

- (A) 若  $a \parallel b, b \subset \alpha$ , 则  $a \parallel \alpha$   
(B) 若  $a \subset \alpha, b \subset \beta, a \parallel b$ , 则  $\alpha \parallel \beta$   
(C) 若  $\alpha \parallel \beta, a \parallel \alpha$ , 则  $a \parallel \beta$   
(D) 若  $\alpha \cap \beta = a, \beta \cap \gamma = b, \alpha \cap \gamma = c, a \parallel b$ , 则  $b \parallel c$

8. 在区间  $[-4, 4]$  上任取一个实数  $a$ , 使得方程  $\frac{x^2}{a+2} + \frac{y^2}{a-3} = 1$  表示双曲线的概率为

- (A)  $\frac{1}{8}$  (B)  $\frac{1}{4}$  (C)  $\frac{3}{8}$  (D)  $\frac{5}{8}$

9. 已知  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别是  $a, b, c$ , 若  $a \sin B = 2b \sin C, b = 3, \cos B = \frac{1}{4}$ , 则

$\triangle ABC$  的面积为

- (A)  $9\sqrt{15}$  (B)  $\frac{9\sqrt{15}}{16}$  (C)  $\frac{3\sqrt{15}}{16}$  (D)  $\frac{9}{16}$

10. 已知直线  $l: x - \sqrt{3}y - a = 0$  与圆  $C: (x-3)^2 + (y+\sqrt{3})^2 = 4$  交于点  $M, N$ , 点  $P$  在圆  $C$  上,

且  $\angle MPN = \frac{\pi}{2}$ , 则实数  $a$  的值等于

- (A) 2 或 10 (B) 4 或 8 (C)  $6 \pm 2\sqrt{2}$  (D)  $6 \pm 2\sqrt{3}$

11. 若圆锥  $SO_1, SO_2$  的顶点和底面圆周都在半径为 4 的同一个球的球面上, 两个圆锥的母线长分别为  $4, 4\sqrt{2}$ , 则这两个圆锥重合部分的体积为

- (A)  $\frac{8}{3}\pi$  (B)  $8\pi$   
(C)  $\frac{56}{3}\pi$  (D)  $\frac{56+16\sqrt{3}}{3}\pi$

12. 已知  $t > 2$ , 点  $A(t, \ln t), B(t+2, \ln(t+2)), C(t+4, \ln(t+4))$ , 则  $\triangle ABC$  面积的取值范围是

- (A)  $(0, 1)$  (B)  $(0, \ln 2)$  (C)  $(0, \ln \frac{3}{2})$  (D)  $(0, \ln \frac{4}{3})$

## 第 II 卷(非选择题共 90 分)

本卷包括必考题和选考题两部分. 第(13)题~第(21)题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第(22)题、第(23)题为选考题, 考生根据要求作答.

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

13. 抛物线  $x^2=8y$  的焦点坐标为\_\_\_\_\_.

14. 设点  $(x, y)$  是不等式组  $\begin{cases} x \leq 1 \\ y - x \leq 0 \\ x + y + 2 \geq 0 \end{cases}$  表示的平面区域内的点, 则过点  $(x, y)$  和点  $(-2, -4)$

的直线的斜率的取值范围是\_\_\_\_\_.

15. 函数  $f(x) = x^2 - 2x - 1 - |x - 1|$  的所有零点之和等于\_\_\_\_\_.

16. 已知函数  $f(x) = \cos 2x + \sin x$ , 若对任意实数  $x$ , 恒有  $f(a_1) \leq f(x) \leq f(a_2)$ , 则  $\cos(a_1 - a_2) =$ \_\_\_\_\_.

三、解答题: 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

已知等比数列  $\{a_n\}$  是首项为 1 的递减数列, 且  $a_3 + a_4 = 6a_5$ .

(I) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(II) 若  $b_n = na_n$ , 求数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

18. (本小题满分 12 分)

在第十五次全国国民阅读调查中, 某地区调查组获得一个容量为 200 的样本, 其中城镇居民 150 人, 农村居民 50 人. 在这些居民中, 经常阅读的城镇居民 100 人, 农村居民 24 人.

(I) 填写下面列联表, 并判断是否有 97.5% 的把握认为, 经常阅读与居民居住地有关?

	城镇居民	农村居民	合计
经常阅读	100	24	
不经常阅读			
合计			200

(II) 依据阅读习惯, 调查组从该地区样本城镇居民中分层抽取 6 人, 参加一次阅读交流活动. 若活动主办方从这 6 位居民中随机选取 2 人作交流发言, 求被选中的 2 位居民都是经常阅读居民的概率.

附:  $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ , 其中  $n = a + b + c + d$ .

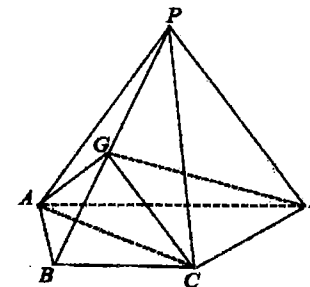
$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
$k_0$	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

19. (本小题满分 12 分)

如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中,  $AD \parallel BC$ ,  $AB = BC = CD = \frac{1}{2}AD$ ,  $G$  是  $PB$  的中点,  $\triangle PAD$  是等边三角形, 平面  $PAD \perp$  平面  $ABCD$ .

(I) 求证:  $CD \perp$  平面  $GAC$ ;

(II) 求三棱锥  $D-GAC$  与三棱锥  $P-ABC$  的体积之比.



20. (本小题满分 12 分)

已知  $F_1, F_2$  分别为椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右焦点, 点  $P(1, \frac{\sqrt{2}}{2})$  在椭圆  $C$  上,

且  $\triangle PF_1F_2$  的面积为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

(I) 求椭圆  $C$  的方程;

(II) 设过点  $F_1$  的直线  $l$  交椭圆于点  $A, B$ , 求  $\overrightarrow{F_2A} \cdot \overrightarrow{F_2B}$  的取值范围.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = \frac{(a-1)x - x^2 - 1}{e^x}$  ( $e$  为自然对数的底数).

(I) 讨论函数  $f(x)$  的单调性;

(II) 求证: 当  $a \geq 3 - e$  时, 对  $\forall x \in [0, +\infty)$ ,  $f(x) \geq -1$ .

请考生在第(22)、(23)题中任意选择一题作答. 注意: 只能做所选定的题目, 如果多做, 则按所做的第一题计分. 作答时, 请用 2B 铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 2\cos\alpha \\ y = 2\sin\alpha \end{cases}$  ( $\alpha$  为参数,  $\alpha \in [0, \pi]$ ). 在以直角坐

标原点  $O$  为极点,  $x$  轴正半轴为极轴的极坐标系中, 曲线  $E$  的方程为  $\rho^2(1 + 3\sin^2\theta) = 4$ .

(I) 求曲线  $C$  和曲线  $E$  的直角坐标方程;

(II) 若直线  $l: x = t$  分别交曲线  $C$ 、曲线  $E$  于点  $A, B$ , 求  $\triangle AOB$  面积的最大值.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

设  $f(x) = 3|x-1| + |x+1|$  的最小值为  $k$ .

(I) 求实数  $k$  的值;

(II) 设  $m, n \in \mathbb{R}, m \neq 0, m^2 + 4n^2 = k$ , 求证:  $\frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2 + 1} \geq \frac{3}{2}$ .